TD 0. Manipulation d'ensemble - Solution

Jean-Louis BOULANGER

Décembre 2000

Résumé

Le but de ce TD est de manipuler la théorie des ensembles.

Mots Clés : Théorie des ensembles, Substitutions Généralisées

Table des matières

1 Théorie des ensembles

1.1 Différence symétrique

Enoncé : Cet exercice est repris de [Backhouse]

La différence symétrique, noté $ds(A, B)$, de deux ensemble a et B est l'ensemble de tous les éléments de A qui n'appartiennent pas à B et de tous les éléments de B qui n'appartiennent pas à A.

Exprimez à l'aide d'opérateurs logiques la différence symétrique $ds(A, B)$.

Enoncé : $ds(A, B) == \{i|i : A \wedge non(i : B)\} \cup \{i|i : B \wedge non(i : A)\}$

2 Substitutions Généralisées

2.1 Réaliser les substitutions suivantes

1 :

$$(\forall x \forall y(x + 1 > y))[x := y||y := x + y]$$

==

$$(\forall x \forall y(x + 1 > y))$$

Pas de changement, car les variables x et y n'ont pa d'occurence libre.

2 :

$$(x + 1 > y)[x := y||y := x + y]$$

==

$$(y + 1 > x + y)$$

3 :

$$(x + 1 > y)[x := y; y := x + y]$$

==

$$x + y + 1 > x + y$$

Attention, car il s'agit bien du séquencement.

4 :

$$((\forall x(y + 1 > x + 1)) \wedge x = y)[y := 2 * x]$$

==

Il faut renommer la varible x car il y a un conflit.

$$((\forall z(y + 1 > z + 1)) \wedge x = y)[y := 2 * x]$$

==

$$((\forall z(2 * x + 1 > z + 1)) \wedge x = 2 * x)$$

Références

[Diller] Antoni Diller, *Z, an Introduction to Formal Methods*,
Jon Wiley & Son,
1994

[Backhouse] R.C Backhouse, *Construction et Vérification de Programmes*,
MASSON - PRENTICE HALL,
1989